

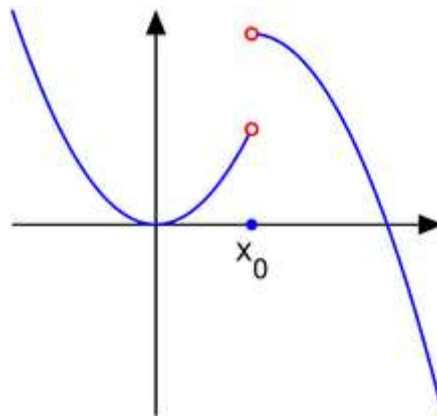
## La singolarità delle singolarità in Matematica

PhD Bruno D'Amore

Doctorado de Investigación, Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Bogotá, Colombia

Il termine “singolarità” in Matematica sta ad indicare un qualcosa (oggetto o situazione) che, rispetto ad altri analoghi nel contesto, ha un ruolo particolare, che si discosta dalla “normalità” o “regolarità” per un qualche motivo. In quasi tutti i campi della Matematica esistono situazioni o oggetti per i quali si può parlare di singolarità e le interpretazioni che se ne danno nei diversi contesti specifici possono essere diverse.

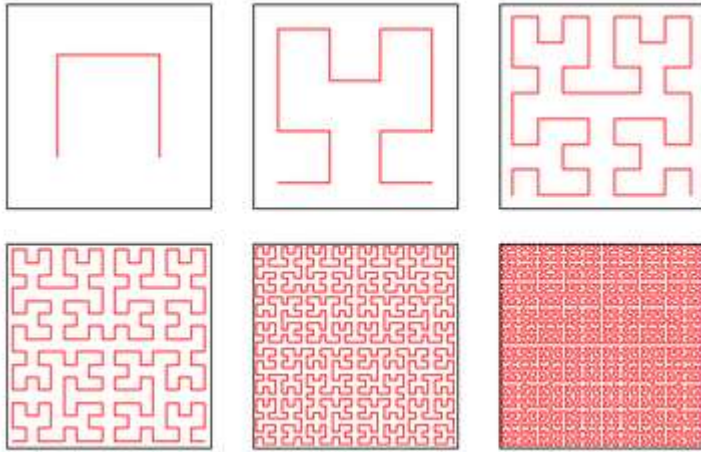
In analisi, per esempio, si parla di singolarità quando si presentano punti di discontinuità; per chiarire: supponiamo di avere una funzione  $f$  a valori reali; supponiamo che, in un certo punto  $P$  (di ascissa  $x_0$ ) del dominio di  $f$ ,  $f$  stessa non sia continua. In tal caso  $P$  è detto punto di discontinuità di  $f$ . Come sinonimo, molti autori dicono che  $P$  è una singolarità (si possono distinguere vasi casi di singolarità).



In altri domini, per esempio in analisi complessa, si parla ancora di singolarità, con significati assai più specifici. In algebra lineare si riserva il nome di matrice singolare a una matrice quadrata il cui determinante è nullo o il cui rango non è il massimo; il che comporta che le matrici singolari non sono invertibili, cioè non esiste per esse una matrice tale che il loro prodotto sia la matrice identità. In geometria algebrica, i punti singolari sono quei punti di una data varietà (per esempio una curva) che hanno comportamenti speciali, diversi dagli altri punti della stessa curva.

In maniera efficace ma in versione più divulgativa, spesso con “singolare” si intende un oggetto matematico che (o una situazione matematica nella quale) si presenta qualcosa che pare sfuggire alla logica attesa. Per esempio, al finale del XIX secolo il matematico italiano Giuseppe Peano mostrò agli occhi attoniti del mondo accademico una curva costruita per successive generalizzazioni che presenta una caratteristica che ha dell'impossibile. Nel suo caso si trattava di definire in modo

opportuno e ineccepibile una curva (dunque un oggetto unidimensionale) che ha la proprietà di riempire un quadrato (dunque un oggetto bidimensionale).



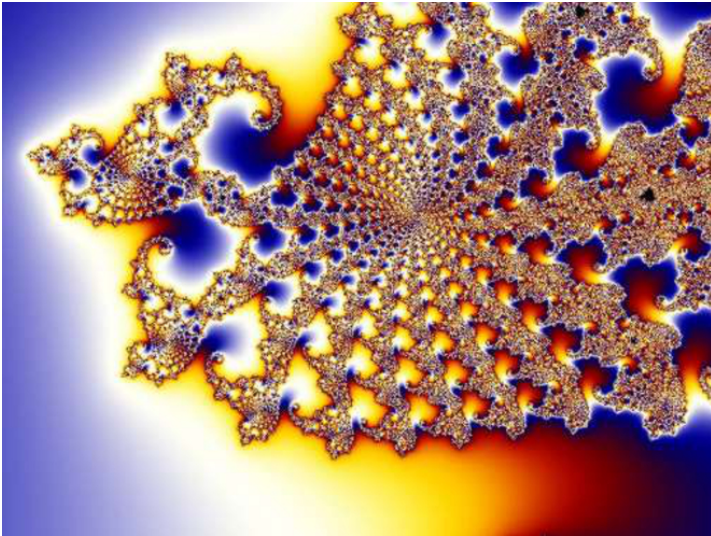
Una successione di fasi della costruzione della curva di Peano. (D'Amore, 2015).

Ora, questa situazione è paradossale se considerata dal punto di vista strettamente geometrico: una curva (dimensione 1) non può riempire un quadrato (dimensione 2). Tuttavia, proprio la ... singolarità della costruzione iterativa proposta da Peano, invece, lo permette. L'oggetto matematico in questione e la situazione prodotta sono così inaspettatamente geniali (singolari) che artisti di vario interesse hanno voluto rendere omaggio a Peano.



Dario Ghibaudo, *Curva di Peano*, 1998, Cuneo. (D'Amore, 2015).

Molti considerano singolarità anche i frattali, cioè quegli oggetti che appartengono al campo della geometria e che replicano sé stessi in scale diverse, essendo dotati di omotetia interna. C'è chi la chiama autosimilarità. Il termine iniziale è di Benoit Mandelbrot, metà degli anni '70 del secolo scorso. Sono oggetti geometrici singolari assai, molto amati anche nel mondo dell'arte figurativa.



Esempio di frattale. (D'Amore, 2015).

Il mondo delle singolarità, in ogni dominio dello scibile umano, costituisce un fascino discreto e sottile perché, rubando alla “normalità” un predominio esistenziale, costringe lo studioso, il coraggioso esploratore di mondi inconsueti, a rincorrere (e realizzare) sogni, fantasie, sottili e arcane armonie che si discostano dalla ripetizione ossessiva e normale ...

Riferimenti bibliografici.

D'Amore, B, (2015). *Arte e matematica. Metafore, analogie, rappresentazioni, identità fra due mondi possibili*. Bari: Dedalo.